Método Gráfico & GUSEK

1. A área sombreada do gráfico da Figura 1 representa a região factível de um problema de programação linear cuja função objetivo deve ser **maximizada**.

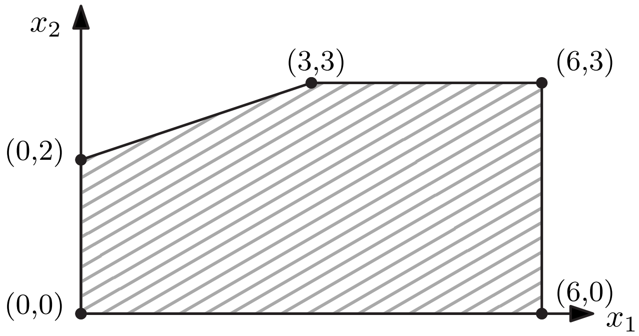

Figura 1: Região factível

Classifique cada uma das afirmações seguintes como Verdadeira ou Falsa e, a seguir, justifique sua resposta baseando-se no método gráfico. Em cada caso, dê um exemplo de uma função objetivo que ilustre sua resposta (dica: monte a função objetivo a partir do vetor gradiente).

   (a) Se (3,3) produz um valor maior da função objetivo do que (0,2) e (6,3), então (3,3) deve ser uma solução ótima.
   (b) Se (3,3) for uma solução ótima e existirem soluções ótimas múltiplas, então (0,2) ou (6,3) também têm que ser uma solução ótima.
   (c) O ponto (0,0) não pode ser uma solução ótima.

2. Ainda considerando a Figura 1, encontre uma função objetivo de forma que ambos os pontos (6,3) e (3,3) sejam ótimos, e outra em que ambos os pontos (6,3) e (6,0) sejam ótimos(considerando um problema de maximização).
3. A Figura 2 representa 4 casos que podem ocorrer durante a resolução de um problema de PL com objetivo de maximização. Marque a opção correta referente à cada uma das imagens (na ordem a,b,c e d):
   (a) Região factível ilimitada com solução ótima, região factível limitada com solução ótima, região factível ilimitada sem solução ótima e região factível limitada com múltiplas soluções ótimas.
   (b) Região factível ilimitada sem solução ótima, região factível limitada com solução ótima, região factível ilimitada com solução ótima e região factível limitada com múltiplas soluções ótimas.
   (c) Região factível ilimitada sem solução ótima, região factível limitada com solução ótima, região factível ilimitada sem solução ótima e região factível limitada com uma solução ótima.
   (d) Região factível ilimitada com solução ótima, região factível limitada sem solução ótima, região factível ilimitada sem solução ótima e região factível limitada com múltiplas soluções ótimas.
4. Para cada um dos problemas a seguir (todos da lista de **Modelagem I**), escreva o modelo de programação linear (PL), resolva pelo método gráfico e verifique a sua solução usando o software GUSEK.

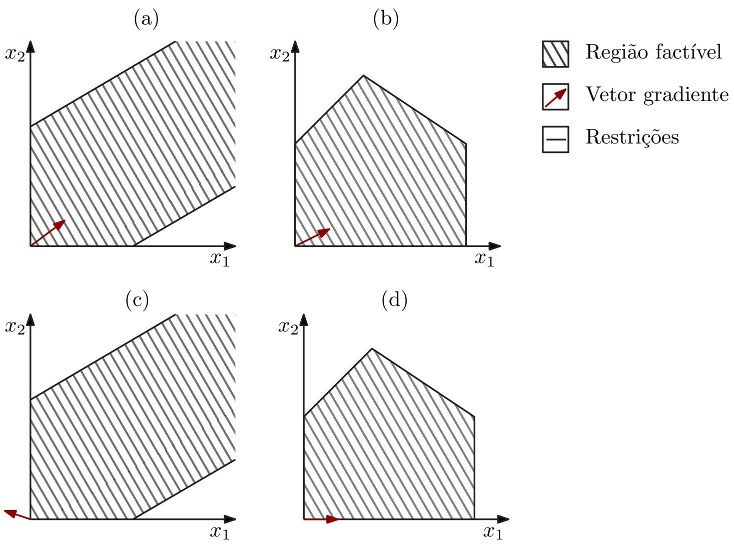

Figura 2: Casos em um PL

(a) Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de 100 reais e o lucro unitário de P2 é de 150 reais. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os dois produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos de P1 e P2 não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês.

(b) Uma fábrica produz dois artigos A e B, que devem passar por duas máquinas diferentes M1 e M2. M1 tem 12 horas de capacidade diária disponível e M2 tem 5 horas. Cada unidade de produto A requer 2 horas em ambas as máquinas. Cada unidade de produto B requer 3 horas em M1 e 1 hora em M2. O lucro líquido de A é de R$ 60,00 por unidade e o de B, R$ 70,00 por unidade. Formular o modelo matemático de modo a determinar a quantidade a ser produzida de A e B a fim de se ter um lucro máximo. (Assumir que as quantidades podem ser fracionárias)

(c) Um sapateiro faz 6 sapatos por hora, se fizer somente sapatos, e 5 cintos por hora se fizer somente cintos. Ele gasta 2 unidades de couro para fabricar 1 unidade de sapato e 1 unidade de couro para fabricar uma unidade de cinto. Sabendo que o total disponível de couro é de 6 unidades e que o lucro unitário por sapato é de 5 unidades e o do cinto é de 2 unidades, formular o modelo que maximize lucro por hora.

5. Para cada um dos modelos abaixo, encontre a solução ótima pelo método gráfico (plote a região factível, encontre o vetor gradiente e resolva o sistema). Verifique suas soluções usando o software GUSEK.

(a)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x_1,x_2) = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{Sujeito à} \quad & x_1 + x_2 \geq 5 \\ & 5x_1 + x_2 \geq 10 \\ & x_1 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \in R^+ \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x_1,x_2) = 2x_1 + 3x_2 \\ \text{Sujeito à} \quad & 4x_1 + 6x_2 \leq 60 \\ & x_1 + x_2 \geq 12 \\ & x_1, x_2 \in R^+ \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x_1,x_2) = 0.3x_1 + 0.5x_2 \\ \text{Sujeito à} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \in R^+ \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x_1,x_2) = x_1 + 0.5x_2 \\ \text{Sujeito à} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \in R^+ \end{aligned}$$

6. Resolva os seguintes modelos de programação linear usando o Software GUSEK (todos modelos das listas 1 e 2).

   (a) (**R**) Um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas:
   a - Arrendamento : - Destinar certa quantidade de alqueires para a plantação de cana de açúcar a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra R$ 300,00 por alqueire por ano;
   b - Pecuária : - Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100 kg/alqueire) e irrigação(100.000 litros de água/alqueire) por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R$400,00 por alqueire por ano.
   c - Plantio de Soja : Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200 kg por alqueire de adubos e 200.000 litros de água por alqueire para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R$500,00 por alqueire por ano. A disponibilidade de recursos por ano é de 12.750.000 litros de água, 14.000 kg de adubo e 100 alqueires de terra. Quantos alqueires deverão ser destinados a cada atividade para proporcionar o melhor retorno? Construa o modelo de decisão.

Tabela 1: Capacidade dos compartimentos do avião

Compartimento	**Capacidade em peso (t)**	**Capacidade em volume** pes^3
Anterior	12	7.000
Central	18	9.000
Posterior	10	5.000

(b) Um avião de carga possui 3 compartimentos para armazenamento de carga: anterior, central e posterior. Esses compartimentos possuem limites na capacidade de carga, tanto em termos de *peso* quanto de *espaço*, conforme sintetizada na Tabela 1:

Além disso, o peso da carga no respectivo compartimento deve ser da mesma proporção da capacidade de peso desse compartimento para manter o equilíbrio da aeronave. As quatro cargas mostradas na Tabela 2 podem ser embarcadas no próximo voo, uma vez que há espaço disponível.

Tabela 2: Cargas que podem ser transportadas

Carga	**Peso(t)**	**Volume(**pes^3**/t)**	**Lucro(US$/t)**
1	20	500	320
2	16	700	400
3	25	600	360
4	13	400	290

Qualquer parcela dessa carga pode ser aceita. O objetivo é determinar quanto (se alguma) de cada carga deve ser aceita e como distribuir cada uma delas entre os compartimentos de modo a maximizar o lucro total por voo. Formule um modelo de programação linear para este problema.