Álgebra I

OBS: Diversos exercícios dessa lista podem ter suas soluções verificadas usando o software Geogebra

Solução de sistemas 3X3: (vídeo)

1. O que quer dizer um sistema estar na forma canônica? Dê um exemplo para um sistema 2x2, 3x3 e 3x4.

2. Para cada um dos sistemas abaixo, identifique se ele está na forma canônica ou não. Se sim, identifique quais são os termos como na equação 1 (lembre-se de que alterar as colunas de um sistema não altera as soluções do mesmo). DICA: Escreva os sistemas em forma matricial e busque pela matriz identidade I de m elementos (m = n^o de linhas), se ela não existir, o sistema **não** é canônico.

   (a)
   $$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 \quad\quad &= 12 \\ x_2 + x_3 &= 5 \end{aligned}$$

   (b)
   $$\begin{aligned} x_1 + 12x_2 + x_3 &= 60 \\ x_2 + x_3 &= 6 \end{aligned}$$

   (c)
   $$\begin{aligned} x_1 + 12x_2 \quad\quad\quad &= 60 \\ x_2 + x_3 \quad\quad &= 6 \\ x_2 \quad\quad + x_4 &= 20 \end{aligned}$$

   (d)
   $$\begin{aligned} x_1 + 12x_2 \quad\quad\quad &= 60 \\ x_2 + x_3 \quad\quad &= 6 \\ x_2 \quad\quad - x_4 &= 20 \end{aligned}$$

3. Encontre a solução dos sistemas lineares abaixo, se o sistema possuir 2 variáveis, represente a solução graficamente (plote as retas). Faça as transformações dos sistemas para a forma canônica usando o **pivoteamento**, e reescreva o sistema na forma

   $$Ix_B + \bar{A}x_N = b \tag{1}$$

   Identificando todos os termos termos.

(a) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 8 \\ 3x_1 - 4x_2 = 4 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = -12 \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 15 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = -8 \end{cases}$

4. Para cada um dos sistemas abaixo, faça:

   A. Realize o pivoteamento para deixar o sistema na forma canônica, com relação as variáveis indicadas.
   B. Para cada sistema na forma canônica, determine uma solução viável para o mesmo.
   C. Identifique os elementos da equação 1.

   (a) Com relação a (x_1, x_2) e (x_2, x_3).

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 12 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \end{aligned}$$

   (b) Com relação a (x_1, x_2) e (x_1, x_3).

$$\begin{aligned} 10x_1 + 12x_2 + x_3 &= 60 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \end{aligned}$$

5. Para cada um dos sistemas de inequações abaixo, represente a região de soluções (intersecção das áreas) graficamente. OBS: 1. a expressão $x_1, x_2 \in R^+$ é equivalente a $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$ 2. algumas regiões **não possuem intersecção**.

   (a)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 5 \end{aligned}$$

   (b)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 5 \\ x_1, x_2 &\in R^+ \end{aligned}$$

   (c)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\geq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 5 \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 5 \\ x_1 \quad &\leq 10 \\ x_2 &\leq 8 \\ x_1, x_2 &\in R^+ \end{aligned}$$

6. Sabe-se que o vetor gradiente de uma função f (∇f) indica a direção de maior crescimento de uma função em um ponto. Para cada uma das funções abaixo, represente o vetor gradiente graficamente, bem como uma curva de nível (lembre-se de que as curvas de nível para funções lineares são perpendiculares ao vetor gradiente).

   (a) $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$
   (b) $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$
   (c) $f(x_1, x_2) = 3x_2$
   (d) $f(x_1, x_2) = -x1 - 2x_2$