# Modelagem II

1. (**R**) Uma empresa quer decidir qual o plano de produção ótimo para o produto X. O custo de manter o produto X em estoque do período $t$ ao $t+1$ é de R$2,00, a capacidade produtiva da planta é de 30un. de X/período. Considere as demandas de X para 3 períodos como D = (20, 35, 40) e que no momento, existe um estoque de 5un. de X. Escreva o modelo de programação linear que minimiza os custos de estocagem de X, atendendo a todas as demandas sem exceder a capacidade produtiva da planta.

2. (**R**) Uma metalúrgica produz componentes para a indústria automobilística e recebeu um pedido para o fornecimento de 7240 peças de um determinado modelo a ser entregue em 10 dias úteis. A fábrica pode processar a peça em 3 máquinas que apresentam tanto capacidade como precisão diferentes, e que produzirão durante 8 horas por dia, conforme a Tabela 1. Quantas máquinas de cada tipo deverão ser alocadas para esta tarefa, com o menor custo

Tabela 1: Dados de descarte

| | **Cap. pçs/hr** | **% descarte** | **R$/pça descarte** | **Custo operação R$/hr** | **Qtde. máquinas** |
|---|---|---|---|---|---|
| **M1** | 20 | 5 | 2 | 85 | 4 |
| **M2** | 15 | 3 | 2 | 75 | 3 |
| **M3** | 12 | 1 | 2 | 70 | 1 |

possível? Formule um modelo de programação linear para o problema.

3. (**R**) Um avião de carga possui 3 compartimentos para armazenamento de carga: anterior, central e posterior. Esses compartimentos possuem limites na capacidade de carga, tanto em termos de *peso* quanto de *espaço* (volume), conforme mostrado na Tabela 2:

Tabela 2: Capacidade dos compartimentos do avião

| **Compartimento** | **Capacidade em peso (t)** | **Capacidade em volume** $pes^3$ |
|---|---|---|
| Anterior | 12 | 600 |
| Central | 18 | 700 |
| Posterior | 10 | 400 |

Além disso, o peso da carga no respectivo compartimento deve **manter a mesma proporção da capacidade** de peso desse compartimento, para manter o equilíbrio da aeronave. Existem 4 tipos de cargas que podem ser transportadas no avião. As cargas são de grãos, de forma que **qualquer parcela** de cada carga pode ser transportada.

O peso, volume e lucro total das cargas é mostrado na Tabela 3 (por exemplo, se decidirmos transportar toda a carga 1, o peso será de 20t, o volume de 500 $pes^3$ e o lucro de 320US$). O objetivo é determinar quanto (se alguma) de cada carga deve ser transportada e como distribuir cada uma delas entre os compartimentos de modo a maximizar o lucro total por voo.

Formule um modelo de programação linear para este problema.

Tabela 3: Cargas que podem ser transportadas

| **Carga** | **Peso(t)** | **Volume($pes^3$)** | **Lucro(US$)** |
|---|---|---|---|
| 1 | 20 | 500 | 320 |
| 2 | 16 | 700 | 400 |
| 3 | 25 | 600 | 360 |
| 4 | 13 | 400 | 290 |

4. (**R**) (*Kantorovich [1939]*) Considere o seguinte problema. Um produto é composto de duas peças diferentes de metal (Peça 1 e Peça 2). O trabalho de fresagem das peças pode ser realizado por 3 tipos de máquinas diferentes: fresadoras, tornos mecânicos e tornos automáticos CNC. Os dados básicos são mostrados na Tabela 4:

| *Produtividade das máquinas para as duas partes* | | | |
|---|---|---|---|
| **Tipo de máquina** | **Número de máquinas** | **Número máximo de peças por máquina por hora** | |
| | | Peça 1 | Peça 2 |
| **Fresa** | 3 | 10 | 20 |
| **Torno mecânico** | 3 | 20 | 30 |
| **Torno automático** | 1 | 30 | 80 |

Tabela 4: Produtividade das máquinas

Deseja-se encontrar a divisão do tempo disponível nas máquina para se obter o maior número de peças completas por hora, por meio de um modelo de programação linear (considere aceitável a aproximação não inteira do total de peças).

   (a) Defina e explique quais são as variáveis do problema.
   (b) Defina o modelo completo de PL e explique o(s) grupo(s) de restrições.

5. (**R**) *O problema do ovo e da galinha (Kemeny e Dantzig [1963]).* Suponha que uma galinha leva 2 semanas para botar 12 ovos para vender, ou chocar 4 novos pintinhos. Qual o melhor plano de bota/choca se no final do quarto período todas as galinhas e pintinhos acumulados são vendidos a 60 centavos a unidade, e cada ovo a 10 centavos. Formule o modelo considerando um quantidade inicial de 10 galinhas, 0 pintinhos e 20 ovos.

6. (**R**) (Estudo de caso simplificado - Katta Murty) O coque é um material usado na transformação do minério de ferro em ferro metálico, sendo assim essencial na industria de base. O coque é obtido a partir da destilação do carvão mineral em fornos, usando gás para o aquecimento dos mesmos. O processo de gerar coque gera também gás como resíduo, que pode ser usado novamente na própria produção de coque. Além disso, a proporção de coque gerado é de 80%, 15% resíduo de coque (não aproveitável) e 5% perdas do processo. Uma imagem com o processo simplificado é mostrado na Figura 1.

   Além de ser reutilizado no processo, o gás gerado pode também ser vendido. Os dados do problema são resumidos abaixo:

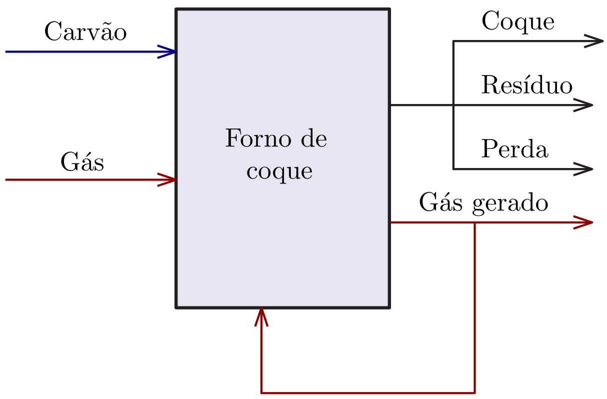


Figura 1: Processo de produção do coque

- A produção de 1 ton. de coque *precisa* de:
  (a) $50\text{m}^3$ de gás.
  (b) 2 ton. de carvão.
- A produção de 1 ton. de coque *gera*:
  (a) 80% de coque.
  (b) 15% de resíduo.
  (c) $2\text{m}^3$ de gás.
- Os custos e preços de venda para os componentes são:
  (a) 20 unidades/ton. de carvão comprado.
  (b) 5 unidades/$\text{m}^3$ de gás comprado.
  (c) 2 unidades/$\text{m}^3$ de gás gerado vendido.

Considere uma indústria que precisa produzir 8 ton. de coque mensalmente. Determine o plano ótimo de produção por meio de um PL. Resolva o problema usando o software GUSEK e analise as respostas. O que ocorre se o preço de venda do gás for alterado de 2 un. para 10 un.?

7. (**R**) (*Bazaraa*) Considere o problema de determinar a localização de uma nova máquina em um layout já existente, que consiste de 4 máquinas. Considerando o espaço 2 dimensional, essas máquinas estão localizadas nas coordenadas $(3,1)$,$(0,-3)$,$(-2,2)$ e $(1,4)$. Sejam $(x_1, x_2)$ as coordenadas da nova máquina a ser posicionada. Formule um modelo de PL para determinar a localização ótima da nova máquina, considerando que a soma das distâncias das 4 máquinas até a nova é minimizada. Use a distância de *Manhattan* (também conhecida como distância retilinear); por exemplo, a distancia entre $(x_1, x_2)$ até a primeira máquina em $(3,1)$ é $|x_1 - 3| + |x_2 - 1|$.